Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal
Sistema de Información Científica

Parra-Michel, Jorge Ramón; Martínez García, Amalia

Cálculo de la incertidumbre estándar mediante la técnica de Monte Carlo para la medición de la topografía y del campo de desplazamiento mediante ESPI

Nova Scientia, vol. 5, núm. 9, 2012, pp. 51-75
Universidad De La Salle Bajío
México

Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=203324683005

Nova Scientia,
ISSN (Versión electrónica): 2007-0705
nova_scientia@delasalle.edu.mx
Universidad De La Salle Bajío
México

¿Cómo citar? | Número completo | Más información del artículo | Página de la revista

www.redalyc.org
Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

Nova Scientia
Revista de Investigación de la Universidad De La Salle Bajío

Revista Electrónica Nova Scientia

Cálculo de la incertidumbre estándar mediante la técnica de Monte Carlo para la medición de la topografía y del campo de desplazamiento mediante ESPI

Standard uncertainty calculation by Monte Carlo technique for topography and hole-filed displacement measurement means ESPI

Jorge Ramón Parra-Michel[1] **y Amalia Martínez García**[2]

[1]Universidad de La Salle Bajío, León, México
[2]Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León, México

México

Jorge Ramón Parra-Michel. E-mail: jpm103347@udelasalle.edu.mx

© Universidad De La Salle Bajío (México)

Nova Scientia

Resumen

La ventaja del uso de las técnicas interferométricas basados en el patrón de moteado ESPI (electronic speckle pattern interferometry) es única ya que se pueden hacer mediciones muy precisas de los campos de desplazamientos que ocurren en la superficie de algún elemento mecánico cuando se deforma. Sin embargo, cuando se utiliza la iluminación divergente, se observa que la medición de los campos de desplazamientos está en función de la topografía del objeto. Por tal motivo, antes de evaluar las deformaciones mecánicas por la técnica ESPI con iluminación divergente es necesario conocer la topografía del objeto. La estimación de la incertidumbre estándar de las mediciones de los campos de desplazamiento debe de contemplar la incertidumbre de las mediciones de la topografía que se propaga debido a la ley generalizada de la propagación de la incertidumbre. En este trabajo se muestra el uso de la técnica de Monte Carlo para el cálculo de la incertidumbre estándar para la las mediciones de los campos de desplazamiento y la topografía de superficie de objetos mediante la técnica de interferometría electrónica del patrón de moteado con iluminación dual y divergente.

Palabras clave: Interferometría del patrón de moteado, ESPI, incertidumbre estándar; Monte Carlo

Recepción: 27-07-2012 *Aceptación: 24-09-2012*

Abstract

Is unique the advantage of interferometric techniques based in speckle phenomena. A Hole field measurement in mechanical elements can be obtained with height precision when they are under deformation. However, when divergent illumination is used, we can see that topography measurement is a function of the shape of the object. Therefore, before evaluating the mechanical deformations by ESPI with divergent illumination is necessary to know the topography of the

Nova Scientia

object. The estimated standard uncertainty of the measurements of displacement fields must consider uncertainty measurement of the topography that spreads due to generalized law of propagation of uncertainty. This work we show the use of Monte Carlo technique to calculate the standard uncertainty for the measurement of displacement fields and surface topography using the technique of interferometry electronic speckle pattern with dual illumination and divergent.

Keywords: speckle interferometry, ESPI, standard uncertainty, Monte Carlo technique

Nova Scientia

1. Introducción

La incertidumbre es un concepto metrológico fundamental. La incertidumbre y la precisión están muy relacionadas entre sí cuando se obtienen resultado analítico basado en mediciones. El término precisión está asociado a la proximidad de concordancia entre valores obtenidos por medio de múltiples mediciones de un mismo objeto, o de objetos similares, bajo condiciones especificadas [i]. Mientras que la incertidumbre considera todas las fuentes posibles de error que intervienen en el resultado final de la medición [ii]. Pero la diferencia más importante se encuentra en el hecho que el concepto de incertidumbre está íntimamente ligado con el concepto de trazabilidad, y no así al de precisión, Ya que la trazabilidad de un resultado analítico no se podría establecer sin considerar la incertidumbre asociada a dicho resultado.

La guía ISO 3534-1 [ISO 1993], define incertidumbre como una estimación asociada al resultado de un ensayo que caracteriza el intervalo de valores dentro de los cuales se afirma que está el valor verdadero. Esta definición tiene poca aplicación práctica ya que el valor verdadero no puede conocerse. Esto ha hecho que el Vocabulario de Metrología Internacional, VIM [BIPM, 1993], evite el término valor verdadero en su nueva definición y defina la incertidumbre como un parámetro, asociado al resultado de una medida, que caracteriza el intervalo de valores que puede ser razonablemente atribuidos al mensurando[iii]. En esta definición el mensurando indica: la propiedad sujeta a medida. El concepto de incertidumbre refleja una duda acerca de la veracidad del resultado obtenido una vez que se han evaluado todas las posibles fuentes de error y que se han aplicado las correcciones oportunas. Por lo tanto, la incertidumbre nos da una idea de la calidad del resultado ya que nos muestra un intervalo alrededor del valor estimado dentro del cual se encuentra el valor considerado como verdadero[iv].

En cualquier medición se debe determinar claramente el mensurando. Muchas veces la información del mensurando es adquirido a través de las lecturas de un instrumento de medición única. En este caso nos referiremos a una cantidad de medición directa. Sin embargo, la información del mesurando puede obtenerse indirectamente a través de otras cantidades mensuradas cuyos valores pueden o no medirse directamente. En general, para estimar el valor del mensurando se debe establecer un modelo de medición adecuado que represente la cantidad de salida que se debe medir en función de las magnitudes, variables, mensurandos o cantidades de entrada.

Nova Scientia

2 Ley de propagación de incertidumbres [4]

Si el modelo de medición es una función lineal o ligeramente no lineal es posible expresar la incertidumbre estándar de las cantidades de salida en términos de la incertidumbre estándar de las cantidades de entrada a través de la ley generalizada de la propagación de la incertidumbre GLPU (General Law of Propagation of Uncertainty). Si consideramos un vector de cantidades de entradas $\mathbf{p}=(p_1, p_2, p_3,...p_n)$ asociado al vector de salida desconocido $\mathbf{q}=(q_1,q_2,q_3,...q_n)$ mediante un modelo matemático de la medición $M(\mathbf{p},\mathbf{q})=0$.

La matriz de incertidumbres de las cantidades de entrada con dimensiones $n\times n$ es:

$$\mathbf{U}^2(\mathbf{p})=\begin{bmatrix} U^2(p_1) & \cdots & U(p_1,p_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U(p_n,p_1) & \cdots & U^2(p_n) \end{bmatrix}, \qquad [1]$$

donde los términos de la diagonal de la matriz son los cuadrados de la incertidumbre estándar y las demás términos son las incertidumbres mutuas. Estos últimos términos son cero si los elementos del vector **p** no están correlacionados. La incertidumbre de las cantidades de salida dependen tanto de las cantidades de entrara y el modelo matemático de la medición. La ley GLPU nos permite obtener la matriz de incertidumbres $\mathbf{U}^2(\mathbf{q})$ mediante la ecuación:

$$\mathbf{U}^2(\mathbf{q})=[\mathbf{S}]\left[\mathbf{U}^2(\mathbf{p})\right][\mathbf{S}]^T. \qquad [2]$$

La matriz **S** se define como $\mathbf{S}=-\left[\mathbf{S}(\mathbf{q})\right]^{-1}\left[\mathbf{S}(\mathbf{p})\right]$ donde:

$$\mathbf{S}(\mathbf{p})=\begin{bmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial M_1}{\partial p_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial M_m}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial M_m}{\partial p_m} \end{bmatrix}, \qquad [3a]$$

$$\mathbf{S}(q)=\begin{bmatrix} \frac{\partial M_1}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial M_1}{\partial q_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial M_m}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial M_m}{\partial q_m} \end{bmatrix}. \qquad [3b]$$

Se puede notar que para el caso de una sola cantidad de salida *q*, la ley GLPU se reduce a la ley de propagación de incertidumbres LPU (Law of Propagation of Uncertainty) y la formulación matricial es innecesaria.

Para evaluar la incertidumbre estándar de las mediciones de entrada se necesita considerar la manera en cómo la medición está hecha. Si las mediciones de entrada se repiten varias veces bajo las mismas condiciones, entonces la evaluación de la incertidumbre será de tipo A; por otro lado si las mediciones de entrada se realizan una sola vez a través de otros modelos matemáticos o son importados de otras fuentes la evaluación será de tipo B[v]. En muchos casos las evaluaciones de la incertidumbre de tipo B puede realizarse mediante la técnica de simulación de Monte Carlo con la función de densidad de probabilidad apropiada. En este trabajo se utilizó esta técnica para obtener las incertidumbres de las mediciones correspondientes a la topografía y al campo de desplazamiento en la dirección x donde todas las mediciones de entrada son del tipo B.

3 Utilización del método de Monte Carlo para el análisis de la incertidumbre [vi]

El método de Monte Carlo es uno de los muchos métodos para el análisis de propagación de la incertidumbre, donde el objetivo es determinar cómo una variación aleatoria en la cantidad de entrada o error afecta a la sensibilidad, el rendimiento o la confiabilidad del sistema que se está modelando.

El método de Monte Carlo es clasificado como un método de muestreo, porque las cantidades de entradas se generan aleatoriamente a partir de una función de densidad de probabilidad (Probability Density Function: PDF) para simular el proceso de toma de muestras de una población real. Por lo tanto, tratamos de elegir una distribución de probabilidad para las entradas que más se acerque a los datos conocidos o que mejor representa las lecturas del instrumento de medición bajo las siguientes condiciones:

- El modelo de medición debe ser una función continua con respecto a las cantidades de entrada **q** y para las cantidades de salida **p** .
- Las PDF debe ser también continuas y monomodales de tal manera que el mejor estimado para p_n pueda asociarse fácilmente a la PDF.

Una vez establecido las PDF para cada cantidad de entrada, se realiza una simulación en base al modelo de medición: primero: se genera un valor aleatorio representativo para cada cantidad de

Nova Scientia

entrada p_n de acuerdo a la PDF asignada. Por ejemplo, si el mejor valor estimado para una cantidad de entrada es 3.5 y se le asigna una PDF rectangular en el intervalo ± 2, un número aleatorio comprendido en el intervalo $[3.3,\ 3.7]$ será utilizado para representar p_n. De acuerdo al modelo de medición se obtiene un vector con cantidades de salida $\mathbf{q}$. Tras repetir suficientemente este procedimiento, cerca de N=10000 veces, se puede obtener $\mathbf{q}_N$ vectores de salida y se podrá observar el comportamiento de cómo las cantidades de entrada afectan a las cantidades de salida. Durante mayor sea el número de simulaciones N, se observará un intervalo bien determinado en el cual se encuentra la cantidad de salida del mensurando. Los datos generados a partir de la simulación de Monte Carlo se pueden representar como distribuciones de probabilidad asociados al modelo de medición del mensurando.

4 Análisis teórico correspondiente a la evaluación de la incertidumbre

Tanto el vector de sensibilidad como la diferencia de fase (mediciones de salida) son obtenidos indirectamente a través de mediciones de otras cantidades (mediciones de entrada) utilizando los modelos de medición apropiados. Es posible expresar la incertidumbre estándar de las mediciones de salida en términos de la incertidumbre estándar de las mediciones de entrada a través de la ley generalizada de la propagación de incertidumbres, GLPU. La figura 1 muestra un esquema óptico para la medición de la topografía y de los campos de deformación en la dirección de x para una probeta con forma irregular.

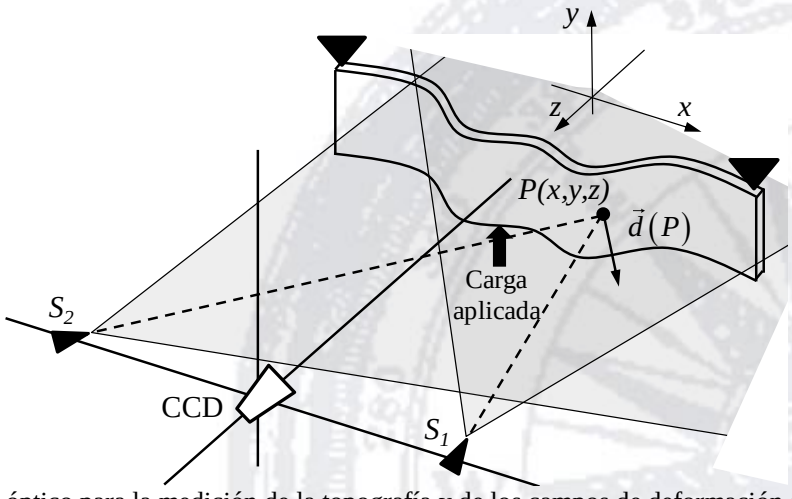


Figura 1. Esquema óptico para la medición de la topografía y de los campos de deformación en la dirección de x para una probeta con forma irregular.

Nova Scientia

4.1 Cálculo de la incertidumbre estándar para la diferencia de fase [vii], [viii]

La fase envuelta puede ser obtenida mediante el algoritmo de Carré de cuatro pasos mediante la ecuación:

$$\tan^2\psi = \frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)} \quad . \qquad [4]$$

La incertidumbre asociada a la medición de fase ψ es el resultado combinado de los errores de calibración del dispositivo piezoeléctrico ε_ϕ, perturbaciones ambientales ε_e que desplazan la posición de las franjas de un interferograma y el ruido óptico ε_n. La influencia de estos errores afectan los valores de la intensidad de un interferograma I_n en la forma:

$$I_n(x,y) = A + B\cos\left(\psi + \frac{n}{4}\left(2\pi + \varepsilon_\phi\right) + \varepsilon_e\right) + \varepsilon_n \quad , \qquad [5]$$

donde n=1,2,3,4 y A, B son las intensidades de los interferogramas. La dispersión de las mediciones de salida ψ está asociada a una función de distribución de probabilidad PDF para cada medición de entradas expresadas mediante el vector $\mathbf{P} = \left(\phi, \varepsilon_\phi, \varepsilon_e, \varepsilon_n\right)^T$ a través del modelo de medición $\psi_e = M(\mathbf{P})$. Un programa de cómputo genera números aleatorios de acuerdo a la distribución PDF asignada para los valores $\left(\varepsilon_\phi, \varepsilon_e, \varepsilon_n\right)$ de tal modo que se obtiene un valor de salida ψ_1 para la fase envuelta. Inmediatamente después se emplea un algoritmo de desenvolvimiento de fase y se guarda la fase desenvuelta. Este proceso se repite $N = 1\times10^4$ veces hasta conseguir un vector $\left(\psi_1, \psi_2, \psi_3, ...\psi_N\right)$ cuyos elementos corresponden a los mapas de fase desenvuelta. La frecuencia de distribución del vector nos permite identificar el PDF de la fase ψ. La desviación estándar de la fase de los elementos del vector $\left(\psi_1, \psi_2, \psi_3, ...\psi_N\right)$ está asociado a la incertidumbre estándar $u\left(\psi_e\right)$ (donde $\psi = q$) por las relaciones:

$$\mathrm{q}_e = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathrm{q}_i \quad , \qquad [6]$$

$$u\left(\mathrm{q}_e\right) = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\mathrm{q}_i - \mathrm{q}_e\right)^2} \quad . \qquad [7]$$

Nova Scientia

Recordemos que los valores de la fase ψ están en un intervalo continuo. Los errores $(\varepsilon_\phi, \varepsilon_e, \varepsilon_n)$ asociados a la intensidad de los interferogramas I_n de la ecuación 5 son de naturaleza tal que nos permiten asignar una PDF de forma rectangular a cada una. El error máximo estimado para el dispositivo piezoeléctrico es $\varepsilon_\phi = (\pi/10)$ rad en el intervalo $\left[-(\pi/10),(\pi/10)\right] rad$. Las perturbaciones ambientales y vibraciones ε_e que provocan que intensidad del interferograma oscile levemente al observarse la fase en el rango $\left[-(\pi/20),(\pi/20)\right] rad$. Por último, la intensidad de cada pixel puede variar en el intervalo de [*-10, 10*] en la escala de grises de 8 bits.

4.2 Cálculo de la incertidumbre estándar para las componentes del vector de sensibilidad [ix]

El modelo de medición se basa en la ecuación para el vector de sensibilidad con iluminación divergente [x] considerando que solamente se está usando la componente e_x del vector de sensibilidad para medir el campo de desplazamiento $u(x)$. El modelo de medición se expresa como $e_{xe} = M(\mathrm{Q})$, en la forma:

$$e_{xe} = \left[\frac{(x - x_{s1} + err_{xs1})}{\sqrt{(x - x_{s1} + err_{xs1})^2 + (y - y_{s1} + err_{ys1})^2 + (Z_r - z_{s1} + \varepsilon)^2}} - \frac{(x - x_{s2} + err_{xs2})}{\sqrt{(x - x_{s2} + err_{xs2})^2 + (y - y_{s2} + err_{ys2})^2 + (Z_r - z_{s2} + \varepsilon)^2}} \right] \frac{2\pi}{\lambda}, \quad [8]$$

donde la cantidad de entrada Q ésta expresada mediante el vector $\mathbf{Q} = (x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}, x_{s2}, y_{s2}, z_{s2}, x, y, Z_r)^T$. La medición de las coordenadas de las fuentes de iluminación se realizó mediante un flexómetro que tiene una resolución de *1 mm*, por tal motivo se consideró que el máximo error en las mediciones de las coordenadas de las fuentes de iluminación es de $err = \pm 1$mm. Las cantidades de entrada x, y están asociados con el punto P sobre la superficie del espécimen, las cantidades Z_r y ε se obtienen a partir del algoritmo propuesto en el capítulo 6. Se escogieron valores al azar de acuerdo a una función de distribución de probabilidad rectangular para el rango de err. Considerando que el error máximo razonable asociado a la longitud de onda λ deberá ser utilizado es de aproximadamente 0.1 nm [8], se ha decidido

Nova Scientia

despreciar la contribución de la incertidumbre asociado a λ en la evaluación de la incertidumbre del vector de sensibilidad. Posteriormente, usando el método de Monte Carlo se estimó el promedio de la componente del vector de sensibilidad e_{xe} asociado a la incertidumbre estándar $u(e_{er})$ mediante las ecuaciones 6 y 7 donde ahora $e_{xe} = \mathrm{q}$.

4.3 Cálculo de la incertidumbre estándar para la topografía del espécimen

La forma de la superficie del espécimen está representada mediante las coordenadas (x, y, Z_r) donde la incertidumbre estándar de la coordenada Z_r está en función de tres cantidades de entrada: la fase para la forma $\varphi(x, y)$, la componente del vector de sensibilidad e_x y la rotación $\Delta\theta$ de la superficie del espécimen alrededor del eje y. De acuerdo a las ecuaciones 5 y 8, las cantidades de entrada **Q** corresponden a los datos de la componente e_{xe} del vector de sensibilidad y de la fase asociada a la forma del objeto **P**. El error de ángulo de rotación fue estimado en base a la repetitividad de la medición. El error estimado para la rotación es $err_\theta = \pm 50x10^{-6}$ rad también con la función de distribución de probabilidad rectangular. El vector de cantidades de entrada para expresar la incertidumbre estándar debido a la rotación de la superficie del espécimen es $\mathbf{R} = (\mathbf{Q}, \mathbf{P}, \Delta\theta + err_\theta)^T$ a través del modelo de medición $Z_{re} = M(\mathbf{R})$ definido como:

$$Z_{re} = \frac{\varphi_e}{e_{xe}} \frac{2}{(\Delta\theta + err_\theta)} \ . \qquad [9]$$

Usando nuevamente la técnica de Monte Carlo, la desviación estándar de la coordenada Z_r de la superficie del espécimen está asociada a la incertidumbre estándar $u(Z_{re})$ por las ecuaciones 6 y 7 con $Z_{re} = \mathrm{q}$.

4.4 Cálculo de la incertidumbre estándar para el campo desplazamiento u(x, y)

La componente del incertidumbre estándar para el campo de desplazamientos $u(x, y)$ se obtiene a través del vector $\mathbf{S} = (\mathbf{P}, \mathbf{Q})^T$ donde las cantidades de entrada **P** y **Q** se obtienen previamente de

Nova Scientia

acuerdo a lo descrito en las secciones 4.1 y 4.2. Utilizando el modelo de medición $u_{le} = M(\mathbf{S})$, la incertidumbre estándar asociado al desplazamiento se define como:

$$u_{le} = \frac{\phi_{xe}}{e_{xe}} \ . \qquad [10]$$

Las ecuaciones 6 y 7 se utilizarán nuevamente con $u_{le} = \mathrm{q}$ para calcular la incertidumbre estándar asociado al desplazamiento $u(u_{le})$.

5 Parte experimental

El objeto de prueba consiste en una probeta de acero de forma irregular como la mostrada en la figura 2.

Una vez obtenida la topografía se procede a aplicar una carga mecánica para deformar la muestra. El arreglo óptico utilizado corresponde a un sistema con sensibilidad en plano en ambos casos. Se presentan los resultados para la incertidumbre en las mediciones realizadas.

5.1 Evaluación de la topografía

Se utiliza el método mostrado en el apéndice A para la evaluación de la topografía [xi]. El diagrama del arreglo óptico usado corresponde a la mostrada en la figura 1. La posición de las fuentes de iluminación fueron $S_1(270,0,569)$ y $S_2(-269,0,570)$ donde las unidades de medición están en milímetros. Una fuente de iluminación láser con una longitud de onda de 532 *nm* se utilizó para iluminar la superficie del espécimen mostrada en la figura 2. El espécimen fue montado en una base de rotación al que incorpora un micrómetro angular. Un instrumento virtual creado en el software LabView® fue utilizado para el procesamiento digital de las imágenes y para el control del dispositivo piezoeléctrico utilizado para la técnica de corrimiento de fase.

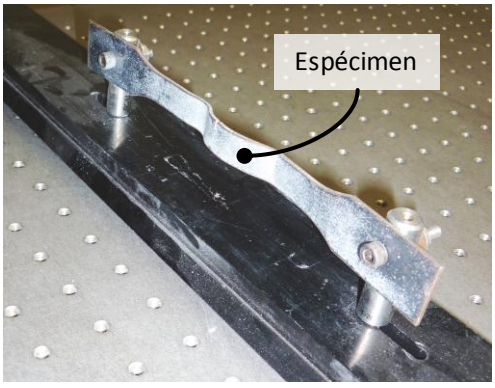
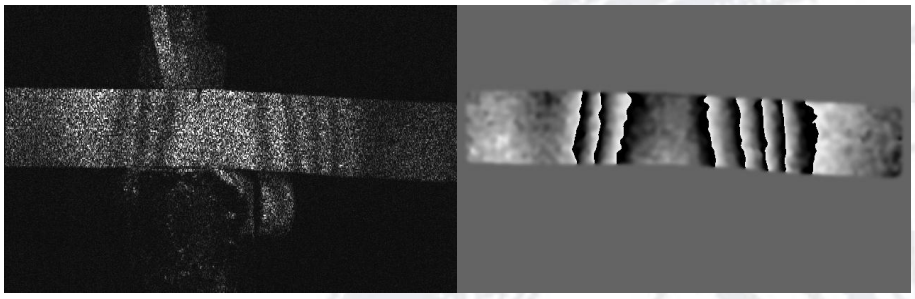


Figura 2 Probeta de acero con forma irregular.

Se observa un patrón de franjas asociado a la forma de la superficie, el cual se obtiene mediante la diferencia de las imágenes (de 640x480 Px) tomadas antes y después de la rotación del objeto. Una rotación de $\Delta\theta$=349.97x10^{-6} *rad* fue suficiente para obtener el patrón de interferencia. Utilizando la técnica de corrimiento de fase, se obtiene la fase del patrón de franjas. En este caso se utilizó el algoritmo de Carré con cuatro pasos. La figura 3 muestra el patrón de interferencia asociado a la topografía del espécimen con su correspondiente fase envuelta en el intervalo $(-\pi,\pi)$. La figura 4 muestra la fase desenvuelta donde se muestra una línea que se usa de referencia para propósitos de análisis. La forma del objeto y la componente e_x del vector de sensibilidad para el sistema óptico utilizado son obtenidas mediante el algoritmo propuesto en el capítulo 6. Se utilizó una tolerancia aceptable para Z_r de $\varepsilon = 0.0001 mm$.



a) b)

Figura 3 a) Interferograma asociado a la topografía de la superficie. b) Fase envuelta correspondiente al interferograma a).

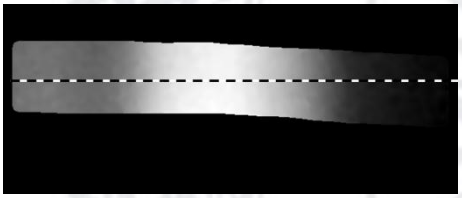
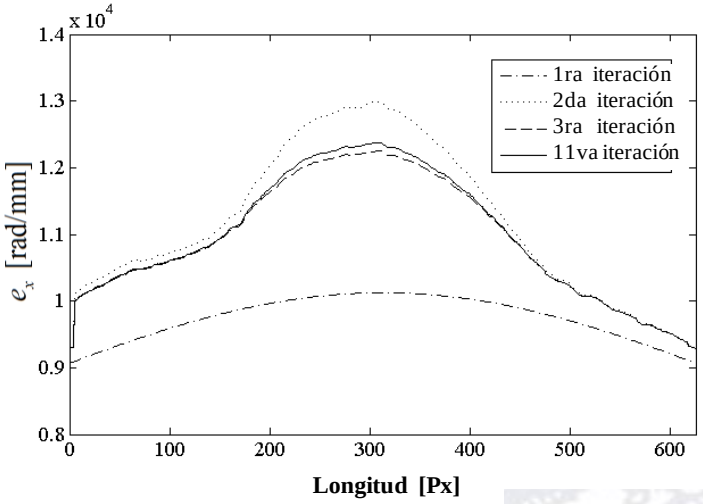


Figura 4 Fase desenvuelta de la figura 3b.

Nova Scientia

Los datos de entrada del algoritmo para la obtención de la topografía del objeto son: la fase desenvuelta φ asociado a la forma del objeto, las coordenadas de las fuentes de iluminación S_1 y S_2, la rotación de la superficie del espécimen $\Delta\theta$, la longitud de onda λ de la iluminación láser utilizado y un valor de tolerancia aceptable ε.

La figura 5a muestra la evolución de la componente e_x del vector de sensibilidad y la figura 5b muestra el efecto del vector de sensibilidad sobre la forma del objeto Z_r obtenido a lo largo de la línea de referencia de la figura 4 cuando se aplica el algoritmo propuesto para las tres primeras y onceava iteraciones. Se puede observar que el algoritmo es autoconsistente y que el resultado converge rápidamente en unas cuantas iteraciones.



a)

Figura 5 Resultados del algoritmo propuesto para a) la componente del vector de sensibilidad e_x y b) el efecto en la forma del objeto Z_r a lo largo de la línea de referencia.

b)

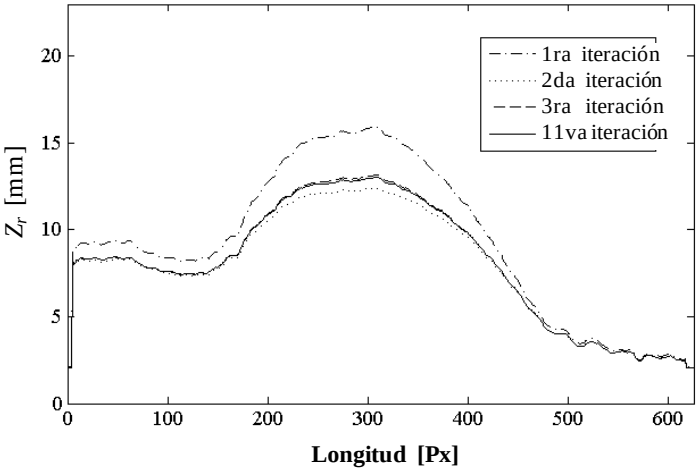


Figura 5 (Continuación)

5.2 Obtención del campo de desplazamiento u(x, y)

La medición de la deformación en la dirección x se realiza mediante el mismo sistema óptico utilizado en la evaluación de la topografía. Las cargas mecánicas fueron aplicadas mediante tornillos de presión sobre el espécimen para producir la deformación. El interferograma se obtiene entonces substrayendo las imágenes capturadas por la cámara donde la primera imagen se usa como referencia (espécimen libre de carga) y de esta se van restando las imágenes subsecuentes correspondientes a imágenes del objeto donde se le ha aplicado la carga mecánica. Nuevamente el algoritmo de Carré y la técnica de corrimiento de fase son empleados del mismo modo. El interferograma, la fase envuelta y la fase desenvuelta asociada a la deformación del espécimen se pueden observar las figuras 6 y 7 respectivamente. También se utiliza una línea en la misma posición para propósitos de análisis. Para reducir el ruido causado por el efecto del moteado, en todos los casos se utilizó un filtro pasa-bajos basado en un filtro de convolución con un kernel Gaussiano antes de utilizar el algoritmo de Carré.

a) b)

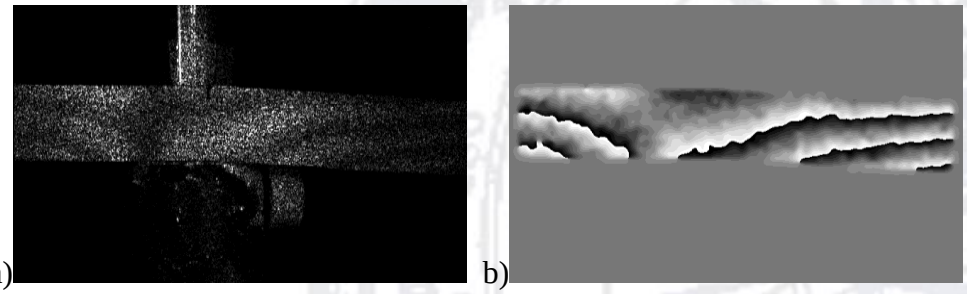


Figura 6 a) Interferograma asociado a la deformación de la superficie del espécimen y b) su correspondiente fase envuelta.

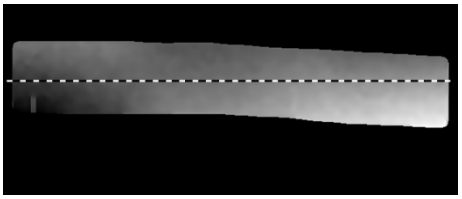


Figura 7 Fase desenvuelta asociada a la imagen mostrada en la figura 4 b).

La figura 8 muestra la medición del desplazamiento en la dirección x a lo largo de la línea de análisis sobre la superficie del espécimen cuando se utiliza el algoritmo propuesto. La línea de la primera iteración supone una topografía del objeto de $z = 0$ en el cálculo del vector de sensibilidad. Se puede observar una gran diferencia en las mediciones del desplazamiento cuando la componente e_x del vector de sensibilidad se corrige mediante el algoritmo propuesto entre la primera y la onceava iteración. En la misma figura y considerando las condiciones de carga del espécimen, la gráfica se puede dividir en tres regiones: una deformación negativa en el intervalo *entre* 0 *y* 200 pixeles aproximadamente que puede ser interpretado como un desplazamiento hacia la izquierda. Una deformación positiva entre el intervalo 350 *y* 626 pixeles aproximadamente interpretado como un desplazamiento hacia la derecha, y por último un intervalo central donde casi no se observa desplazamientos.

En la figura 9 se muestra el error entre la primera y la última iteración (onceava) para la topografía Z_r, el campo de desplazamiento u y la componente e_x del vector de sensibilidad. Los errores máximos obtenidos corresponden a: 22.6% para la componente e_x del vector de sensibilidad, 18.2% para la forma del objeto Z_r y 10% para el campo de desplazamiento u. Estos errores se deben al valor evaluado en la iteración correspondiente de la topografía. Conforme el valor de ésta se aproxima a la que consideramos verdadera, el error en el cálculo del vector de sensibilidad disminuirá.

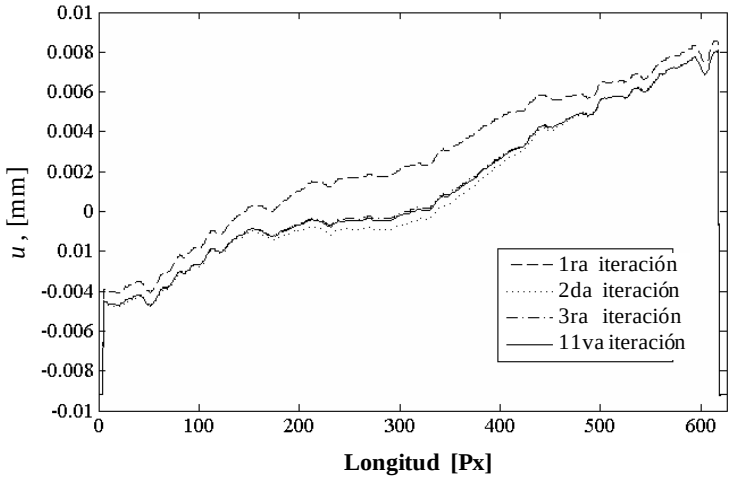


Figura 8 Medición del desplazamiento en la dirección x de la superficie del espécimen cuando se utiliza el algoritmo propuesto.

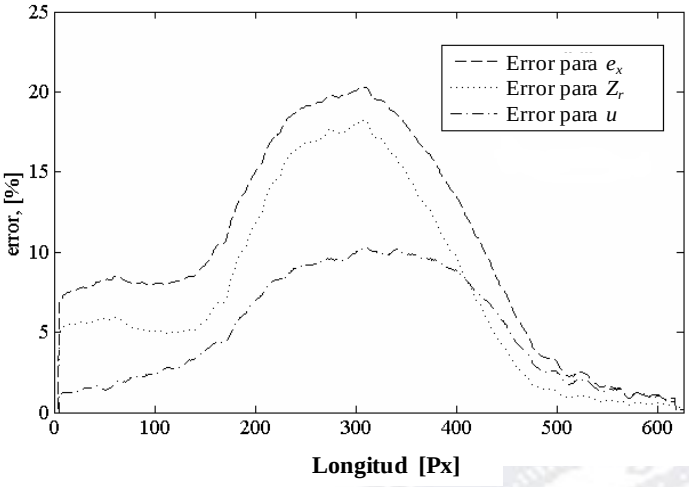


Figura 9 Error entre la primera y última iteración para la forma del objeto Z_r, el desplazamiento u y la componente e_x del vector de sensibilidad.

5.3 Evaluación de la incertidumbre correspondiente a la medición de la forma y de la deformación

Se procede ahora a la evaluación de la incertidumbre de las mediciones de la topografía y del campo de deformación mediante la técnica de Monte Carlo. Esta técnica genera un vector de salida de mensurandos a partir de cantidades de entrada generadas aleatoriamente en base a los modelos de medición. Este proceso requiere que se repita suficiente veces, en este caso se utilizó $N = 1\times10^4$ veces. La subrutina del algoritmo de Monte Carlo se realizó en el software MatLab®.

Nova Scientia

La figura 7.10 muestra la incertidumbre estándar para la fase $U(\varphi_e)$ asociada a la forma del objeto como se indica en la sección 4.1.

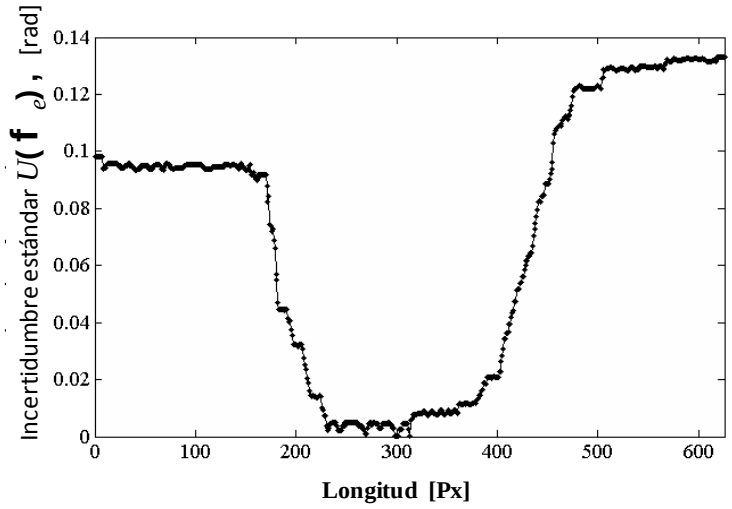


Figura 10 Incertidumbre estándar para la fase asociado a la forma $U(\varphi_e)$.

De la misma manera, las incertidumbres estándar de las mediciones de la componente del vector de sensibilidad $U(e_{ex})$ y de la forma del objeto $U(Z_{re})$ se muestran en las figuras 11 y 12 respectivamente. La incertidumbre estándar calculada para e_x son del mismo orden a los resultados obtenidos por Amalia Martínez *et. al.*[8], mientras que la incertidumbre estándar la forma del objeto Z_r está estrechamente asociada a $(\Delta\theta + err_\theta)$.

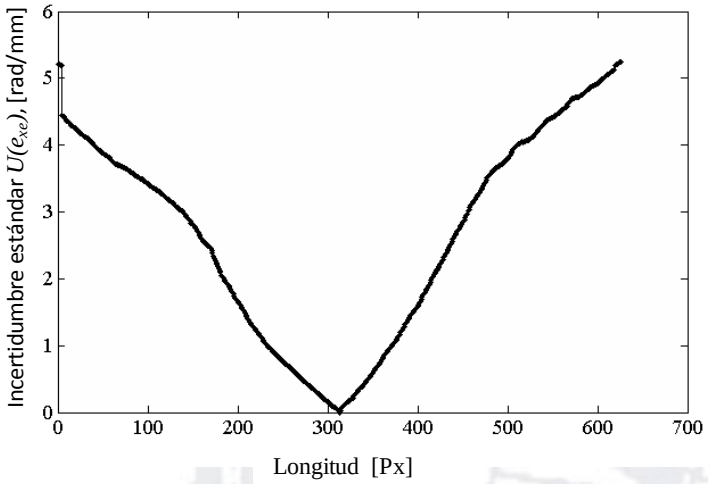


Figura 11 Incertidumbre estándar $U(e_{xe})$ para la componente del vector de sensibilidad e_x.

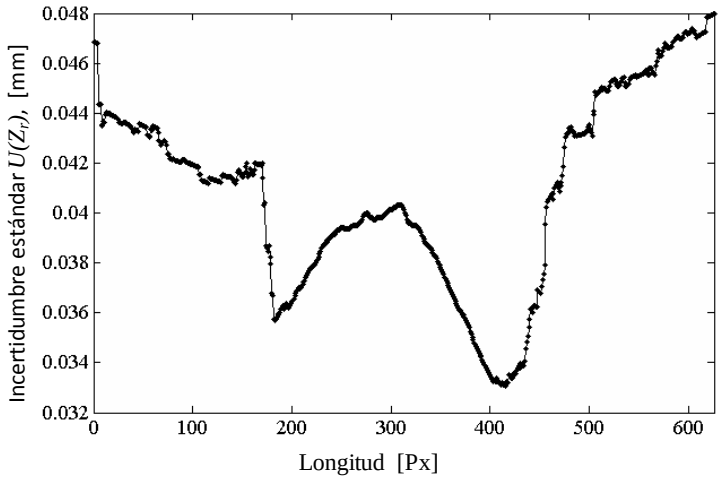


Figura 12 Incertidumbre estándar $U\left(Z_{re}\right)$ para la forma Z_r .

La figura 13 muestra la incertidumbre estándar de la fase asociada a los desplazamientos $U\left(\Delta\phi_e\right)$ debido a la carga mecánica aplicada. Podemos observar que la incertidumbre de la fase asociada a la topografía es aproximadamente cinco veces mayor que la fase asociada al campo de desplazamiento. Por último, la figura 14 muestra la incertidumbre estándar para el campo de desplazamiento $U\left(u_{le}\right)$.

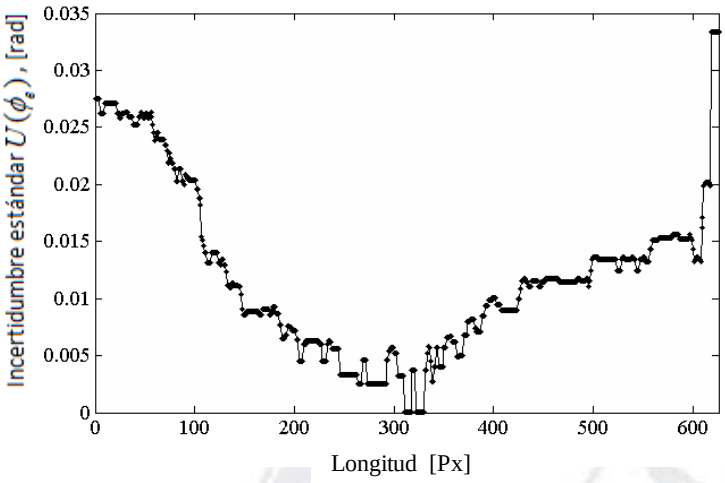


Figura 13 Incertidumbre estándar para la fase asociada al campo de desplazamiento u, $U\left(\phi_e\right)$.

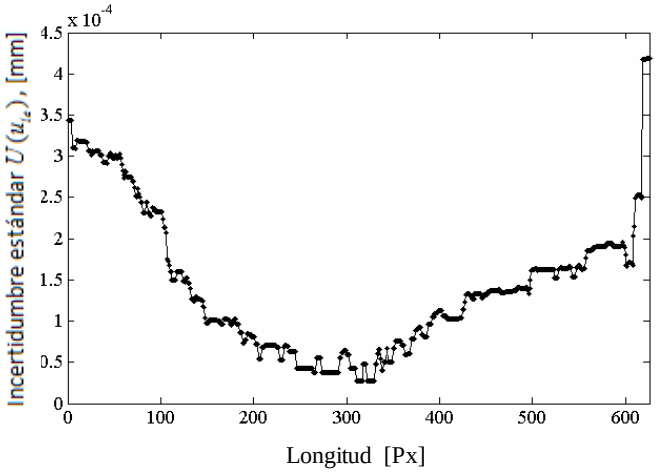


Figura 14 Incertidumbre estándar para el campo de desplazamiento $U(u_{le})$.

Como un ejemplo para la interpretación de los resultados, de las figuras 5 y 12 podemos observar que en la posición correspondiente a 300 *Px* de la imagen, tenemos una medición para $Z_r = 12.5 \pm 0.04\, mm$ mientras que en la posición correspondiente a 150 *Px*, tenemos una medición para $Z_r = 7.5 \pm 0.012\, mm$. De las figuras 8 y 14 podemos medir un desplazamiento en la dirección *x* de $u = 0.0025 \pm 0.00004\, mm$ en la posición de 300 *Px*, mientras que para la posición de 150 Px el desplazamiento es de $u = 0.0015 \pm 0.00010\, mm$.

6 Conclusiones

En este trabajo se mostró un algoritmo iterativo que nos permite evaluar progresivamente la topografía del objeto la cual es considerada en la evaluación de la componente e_x del vector de sensibilidad para el caso de iluminación divergente. Se observa que el algoritmo propuesto basado en la técnica de Gauss-Seidel en la solución de sistemas de ecuaciones lineales es autoconsistente, es decir, que se pueda obtener una solución estable en unas cuantas iteraciones. La anterior ofrece la ventaja de ocupar pocos recursos computacionales. La obtención de la forma superficial y de los campos de deformación se realiza mediante el empleo del mismo sistema óptico con sensibilidad en plano sin ninguna modificación adicional.

Debido a las perturbaciones físicas que puedan afectar al sistema óptico, el resultado de las mediciones puede verse afectado. La incertidumbre en las mediciones ópticas se debe principalmente a las vibraciones del sistema óptico, al ruido en la señal de video, a las lecturas de los instrumentos de medición y errores atribuibles a la manipulación de los componentes del

Nova Scientia

sistema. En este trabajo se muestra como la técnica de Monte Carlo es utilizado para el análisis de la incertidumbre estándar en mediciones realizadas por la técnica de interferometría electrónica del moteado. Por ejemplo, en este trabajo se encontró que la incertidumbre estándar máxima para la medición de la topografía de un objeto con forma irregular corresponde a 0.04 mm para un punto cuya altura es de 12.5 mm. Mientras que la incertidumbre estándar máxima para las mediciones de deformación fue de $4x10^{-5}$ mm para una medición de desplazamiento u de 0.0025 mm.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la universidad De La Salle Bajío y al Centro de Investigaciones en Óptica A.C. por los apoyos recibidos.

Referencias

Apéndice A.

Modelo teórico propuesto para contorneo de superficies mediante ESPI con iluminación dual y divergente.

La figura A.1 muestra un esquema del sistema óptico utilizado para la obtención de la topografía por la técnica ESPI con sensibilidad en plano. Un haz láser es dividido mediante un divisor de haz (BS) y guiado por medio de fibras ópticas a las fuentes de iluminación S_1 y S_2 cuyas coordenadas están en (x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}) y (x_{s2}, y_{s2}, z_{s2}) respectivamente. Sean (x, y, z) las coordenadas de un punto P sobre la superficie como se muestra en la figura A.2. En el caso de la obtención de la topografía, se captura una primera imagen mediante la cámara CCD. Posteriormente, la superficie del espécimen es ligeramente rotada a lo largo del eje y y una segunda imagen es capturada y guardada. Hasta ahora, el punto P se ha desplazado hasta el punto P' debido a la rotación. Un patrón interferencia se puede obtener mediante la diferencia entre la primera y la segunda imagen [xii]. Un espejo montado sobre un piezoeléctrico (M/Pz) permite aplicar el método de corrimiento de fase [xiii], mientras que el algoritmo de Carré con cuatro pasos[xiv] es utilizado para encontrar la fase del patrón de franjas. La diferencia de fase observada sobre el punto P de la superficie se define mediante la ecuación [xv]:

Nova Scientia

$$\varphi(P) = \vec{e}(P) \cdot \vec{d}(P) . \qquad [A.1]$$

Recordando que $\vec{e}(P) = e_x(P)\hat{i} + e_y(P)\hat{j} + e_z(P)\hat{k}$ es el vector de sensibilidad y $\vec{d}(P) = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ es el vector desplazamiento. El vector de desplazamiento puede obtenerse mediante la diferencia vectorial entre $\overrightarrow{rp} = px\hat{i} + py\hat{j} + pz\hat{k}$ y $\overrightarrow{rp'} = p'x\hat{i} + p'y\hat{j} + p'z\hat{k}$ como se muestra en la figura A.2. Para el caso de iluminación divergente, el vector de sensibilidad se define como [xvi]:

$$\vec{e}(P) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left[\frac{\vec{S_1P}}{|S_1P|} - \frac{\vec{S_2P}}{|S_2P|} \right] , \qquad [A.2]$$

donde las componentes ortogonales del vector de sensibilidad son:

$$e_x = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{(x - x_{s1})}{|\overrightarrow{S_1P}|} - \frac{(x - x_{s2})}{|\overrightarrow{S_2P}|} \right] , \qquad [A.3a]$$

$$e_y = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{(y - y_{s1})}{|\overrightarrow{S_1P}|} - \frac{(y - y_{s2})}{|\overrightarrow{S_2P}|} \right] , \qquad [A.3b]$$

$$e_z = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{(z - z_{s1})}{|\overrightarrow{S_1P}|} - \frac{(z - z_{s2})}{|\overrightarrow{S_2P}|} \right] , \qquad [A.3c]$$

donde $|\overrightarrow{S_1P}| = \sqrt{(x - x_{s1})^2 + (y - y_{s1})^2 + (z - z_{s1})^2}$, $|\overrightarrow{S_2P}| = \sqrt{(x - x_{s2})^2 + (y - y_{s2})^2 + (z - z_{s2})^2}$ y λ es la longitud de onda de las fuentes de iluminación.

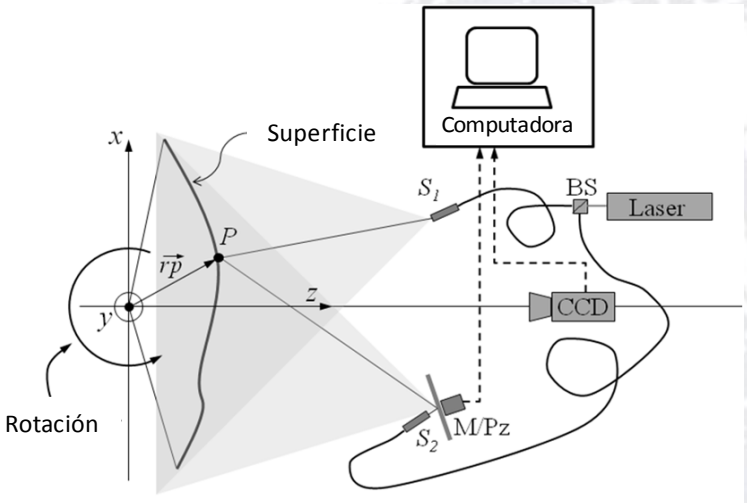


Figura A.1 Esquema del arreglo óptico para la obtención de la topografía mediante la técnica ESPI con sensibilidad en plano.

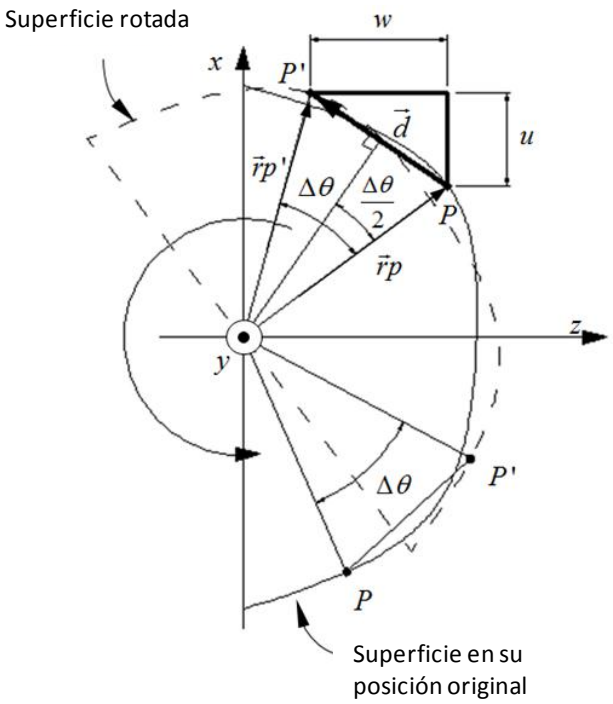


Figura A.2 Geometría para el análisis de contorneo, el ángulo $\Delta\theta$ aparece muy exagerado para fines explicativos.

El desplazamiento del punto P ocurrirá en el plano xz, siendo la rotación con respecto al eje y. Por lo tanto, para el vector desplazamiento $\vec{d} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$, la componente v puede despreciarse. Para determinar la cantidad de desplazamiento de *P* tendremos que tener en cuenta la aproximación numérica para el ángulo de rotación $\Delta\theta$ de tal manera que: $|\sin(\Delta\theta)| \approx |\Delta\theta|$ y $|\cos(\Delta\theta)| \approx 1$. La cantidad de desplazamiento $|\vec{d}|$ del punto P se puede encontrar con la relación:

$$|\vec{d}| = |rp|\sin(\Delta\theta) \approx |rp|\Delta\theta \,. \qquad [A.4]$$

Observando la figura A.2, podemos relacionar las cantidades de desplazamiento u y w con las relaciones:

$$u = |\vec{d}|\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) \approx |\vec{d}|\frac{\Delta\theta}{2} \,, \qquad [A.5a]$$

$$w = |\vec{d}|\cos(\Delta\theta) \approx |\vec{d}| \,. \qquad [A.5b]$$

Una simple cámara solo puede detectar desplazamientos en plano; en otras palabas, una cámara no puede detectar la profundidad o el desplazamiento en la dirección de z. Sin embargo, debido a

Nova Scientia

la rotación del objeto, se puede relacionar los desplazamientos observados con el desplazamiento en la dirección de z por medio de las ecuaciones A.5a y A.5 obteniendo:

$$u \approx w \cdot \frac{\Delta\theta}{2} \quad . \qquad [A.6]$$

Debido a que la configuración del sistema óptico utilizado es simétrico, la componente e_z del vector de sensibilidad puede ser despreciado ya que su contribución al vector de sensibilidad es menor al 0.1%. De las ecuaciones A.3a y A.6 se puede obtener una expresión que relacione la diferencia de fase con la componente de desplazamiento w del punto P(x,y) observado:

$$\varphi(x,y) = e_x w \frac{\Delta\theta}{2} \quad . \qquad [A.7]$$

La altura Z_r del relieve de la superficie observada puede obtenerse usando las componentes vectoriales en la dirección de $\hat{k}$ de la diferencia vectorial entre $\overrightarrow{rp}$ y $\overrightarrow{rp'}$ mostrado en la figura A.2.

De tal modo que la componente w del desplazamiento también está relacionado con la altura del relieve superficial obtenido por la diferencia $\left(p'z - pz\right)$. La ecuación A.7 puede reescribirse obteniendo la ecuación para el cálculo de la topografía:

$$Z_r = (p'z - pz) = \frac{\varphi(x,y)}{e_x\left(x,y,z\right)} \cdot \frac{2}{\Delta\theta}. \qquad [A.8]$$

La ecuación A.8 considera iluminación divergente para el contorneo de superficies pero sigue habiendo una dependencia de la topografía en la variable z del vector de sensibilidad. Para resolver la ecuación A.8 se propone el uso de un algoritmo basado en la técnica de Gauss-Seidel mostrado en la figura A.3. El algoritmo inicia calculando el vector de sensibilidad suponiendo que la forma de la superficie es plana, es decir, $z = 0$ (ecuación A.3a). La primera iteración proporciona una altura aproximada para el valor Z_r. Si la cantidad $\left|z - Z_r\right|$ es mayor a una tolerancia preestablecida ε, entonces z es remplazada por el valor calculado Z_r.

Nova Scientia

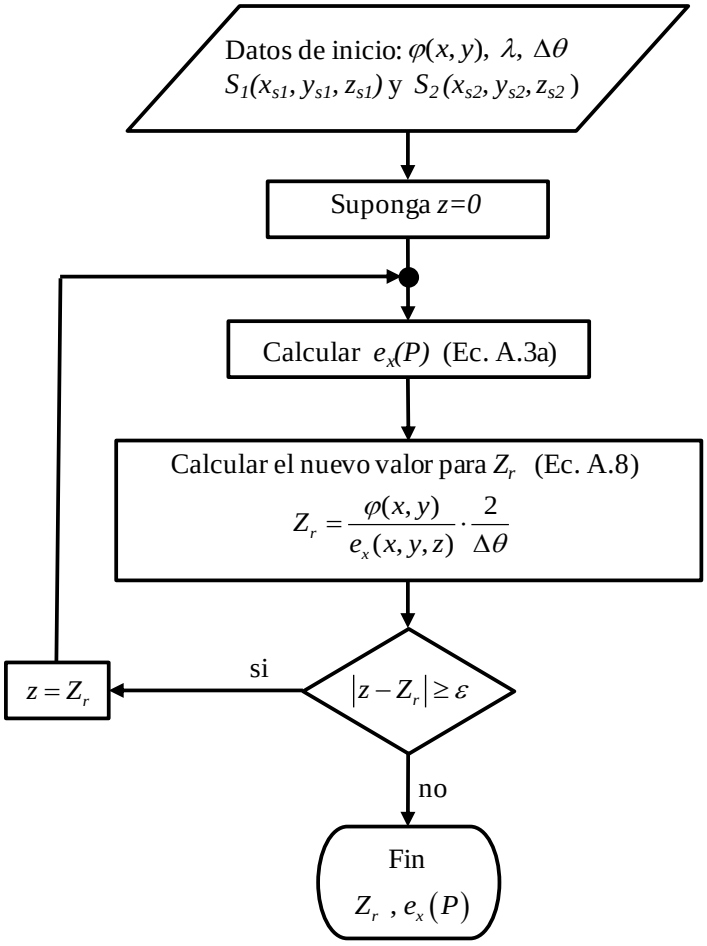


Figura A.3 Algoritmo para la evaluación de la topografía.

Referencias

[i] ISO/IEC 17025:2005, *General requirements for the competence of testing and calibration laboratories.* ISO standards, (2005)

[ii] Alicia Maroto, Ricard Boqué, Jordi Riu, F. Xavier Rius, "*Incertidumbre y precisión",* Departamento de Química Analítica y Química Orgánica, Instituto de Estudios Avanzados, Universitat Rovira i Virgili.

[iii] International Organization for Standardization, *"Evaluation of measurement data, Guide to the expression of uncertainty in measurement"*, International Organization for Standardization, Geneva, (1993)

[iv] Ignacio Lira, *"Evaluating the measurement uncertainty: fundamentals and practical guidance", Meas. Sci. Technol.* 13 (2002) 1502.

[v] JCGM 100:2008, *"Evaluation of measurement data-Guide to the expression of uncertainty in measurement",* GUM 1995 with minor corrections, (2008)

[vi] JCGM 101:2008, *Evaluation of measurement data— Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement"-Propagation of distributions using a Monte Carlo method,* GUM 1995 with minor corrections, (2008)

[vii] Raúl R. Cordero, Jerome Molimard, Amalia Martínez, Fernando Labbe, *"Uncertainty analysis of temporal phase-stepping algorithms for interferometry"*, Opt. Comm. **275** (2007) 144-155.

[viii] Pedro Américo Almeida, Magalhaes Jr., Perrin Smith Neto, Clovis Sperb de Barcellos, *"Generalizacion of the carré algorithm"*, Latin American Journal of Solids and Structures. **6** (2009) 213- 227.

[ix] Amalia Martínez, Raúl Cordero, Juan Antonio Rayas, Héctor José Puga, Ramón Rodríguez-Vera, *"Uncertainty analysis of displacements measured by in-plane electronic speckle-pattern interferometry with spherical wave fronts",* Appl. Opt. **44** (2005) 1141-1149 .

[x] Thomas Kreis, *"Handbook of Holographic Interferometry, Optical and Digital Methods"*, WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA, Weinheim, (2005)

[xi] Jorge Parra-Michel, Amalia Martínez, Marcelino Anguiano-Morales, J. A. Rayas, *"Measuring object shape by using in-plane electronic speckle pattern interferometry with divergent illumination ", Meas. Sci. Technol.* **21** (2010) 045303.

[xii] Kjell J. Gasvik, *Optical metrology*. John Wiley & Sons, London (2002)

[xiii] Yeou-Yen Cheng, James Wyant, *"Phase shifter calibration in phase- shifting interferometry"*, Appl. Opt. **24** (1985) 3049-3052.

[xiv] Daniel Malacara, Manuel Servín, Zacarias Malacara, *interferogram analysis for optical testing*, 2nd ed., CRC Press, New York (2005)

[xv] Thomas Kreis, *Holographic interferometry, principles and methods*, Akademimie Verlang, Berlin (1996)

[xvi] Ramón Rodríguez-Vera, D. Kerr, F. Mendoza-Santoyo, "Electronic speckle contourning", J. Opt. Soc. Am. **9** (1992).